Муниципальный этап ВсОШ, математика, 11 класс, 2020/21

9:55—12:15 6 дек 2020 г.

№ 1, вариант 1

1 балл

Учитель написал на доске двузначное число. Каждый из троих ребят сказал по два утверждения.

- Андрей: «это число заканчивается на цифру 6» и «это число делится на 7».
- Боря: «это число больше 26» и «это число заканчивается на цифру 8».
- Саша: «это число делится на 13» и «это число меньше 27».

Известно, что каждый из мальчиков один раз сказал правду и один раз ошибся. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

91

№ 1, вариант 2

1 балл

Учитель написал на доске двузначное число. Каждый из троих ребят сказал по два утверждения.

- Андрей: «это число заканчивается на цифру 2» и «это число делится на 7».
- Боря: «это число больше 26» и «это число заканчивается на цифру 8».
- Саша: «это число делится на 11» и «это число меньше 27».

Известно, что каждый из мальчиков один раз сказал правду и один раз ошибся. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

77

№ 1, вариант 3

1 балл

Учитель написал на доске двузначное число. Каждый из троих ребят сказал по два утверждения.

- Андрей: «это число заканчивается на цифру 6» и «это число делится на 5».
- Боря: «это число больше 26» и «это число заканчивается на цифру 8».
- Саша: «это число делится на 13» и «это число меньше 27».

Известно, что каждый из мальчиков один раз сказал правду и один раз ошибся. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

65

№ 2, вариант 1

1 балл

У Веры есть набор различных по массе гирь, каждая из которых весит целое число грамм. Известно, что самая лёгкая гиря набора весит в 71 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Также известно, что две самые лёгкие гири набора вместе весят в 34 раза меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Какое наименьшее число грамм может весить самая лёгкая гиря?

35

№ 2, вариант 2

1 балл

У Веры есть набор различных по массе гирь, каждая из которых весит целое число грамм. Известно, что самая лёгкая гиря набора весит в 71 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Также известно, что две самые лёгкие гири набора вместе весят в 30 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Какое наименьшее число грамм может весить самая лёгкая гиря?

31

№ 2, вариант 3

1 балл

У Веры есть набор различных по массе гирь, каждая из которых весит целое число грамм. Известно, что самая лёгкая гиря набора весит в 71 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Также известно, что две самые лёгкие гири набора вместе весят в 28 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Какое наименьшее число грамм может весить самая лёгкая гиря?

29

№ 2, вариант 4

1 балл

У Веры есть набор различных по массе гирь, каждая из которых весит целое число грамм. Известно, что самая лёгкая гиря набора весит в 71 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Также известно, что две самые лёгкие гири набора вместе весят в 24 раза меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Какое наименьшее число грамм может весить самая лёгкая гиря?

25

№ 3, вариант 1

1 балл

На координатной плоскости отметили все точки (x, y) такие, что x и y — целые числа, удовлетворяющие неравенствам $0 \leqslant x \leqslant 2$ и $0 \leqslant y \leqslant 26$. Сколько существует прямых, проходящих ровно через 3 отмеченные точки?

365

№ 3, вариант 2

1 балл

На координатной плоскости отметили все точки (x, y) такие, что x и y — целые числа, удовлетворяющие неравенствам $0 \leqslant x \leqslant 2$ и $0 \leqslant y \leqslant 24$. Сколько существует прямых, проходящих ровно через 3 отмеченные точки?

313

№ 3, вариант 3

1 балл

На координатной плоскости отметили все точки (x, y) такие, что x и y — целые числа, удовлетворяющие неравенствам $0 \leqslant x \leqslant 2$ и $0 \leqslant y \leqslant 22$. Сколько существует прямых, проходящих ровно через 3 отмеченные точки?

265

№ 3, вариант 4

1 балл

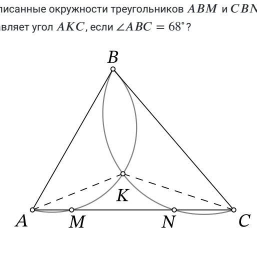
На координатной плоскости отметили все точки (x, y) такие, что x и y — целые числа, удовлетворяющие неравенствам $0 \leqslant x \leqslant 2$ и $0 \leqslant y \leqslant 28$. Сколько существует прямых, проходящих ровно через 3 отмеченные точки?

421

№ 4, вариант 1

1 балл

На стороне AC треугольника ABC отмечены точки M и N (M лежит на отрезке AN). Известно, что $AB = AN$, $BC = MC$. Описанные окружности треугольников ABM и CBN пересекаются в точках B и K. Сколько градусов составляет угол AKC, если $\angle ABC = 68^\circ$?

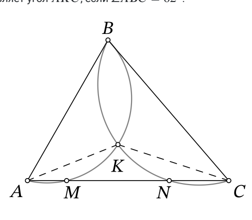


124

№ 4, вариант 2

1 балл

На стороне AC треугольника ABC отмечены точки M и N (M лежит на отрезке AN). Известно, что $AB = AN$, $BC = MC$. Описанные окружности треугольников ABM и CBN пересекаются в точках B и K. Сколько градусов составляет угол AKC, если $\angle ABC = 62^\circ$?

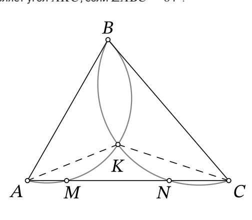


121

№ 4, вариант 3

1 балл

На стороне AC треугольника ABC отмечены точки M и N (M лежит на отрезке AN). Известно, что $AB = AN$, $BC = MC$. Описанные окружности треугольников ABM и CBN пересекаются в точках B и K. Сколько градусов составляет угол AKC, если $\angle ABC = 64^\circ$?

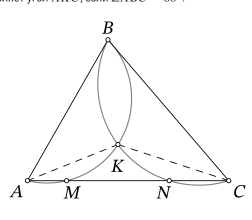


122

№ 4, вариант 4

1 балл

На стороне AC треугольника ABC отмечены точки M и N (M лежит на отрезке AN). Известно, что $AB = AN$, $BC = MC$. Описанные окружности треугольников ABM и CBN пересекаются в точках B и K. Сколько градусов составляет угол AKC, если $\angle ABC = 66^\circ$?



123

№ 5, вариант 1

1 балл

В шахматном турнире соревнуются друг с другом команда школьников и команда студентов, в каждой из которых по 15 человек. В течение турнира каждый школьник должен сыграть с каждым студентом ровно один раз, причём каждый день каждый человек должен играть не более одного раза.

В некоторый момент турнира организатор заметил, что может составить расписание на следующий день из 15 игр ровно 1 способом, а из 1 игры — N способами (порядок игр в расписании не важен, важно лишь кто с кем играет). Найдите наибольшее возможное значение N.

120

№ 5, вариант 2

1 балл

В шахматном турнире соревнуются друг с другом команда школьников и команда студентов, в каждой из которых по 14 человек. В течение турнира каждый школьник должен сыграть с каждым студентом ровно один раз, причём каждый день каждый человек должен играть не более одного раза.

В некоторый момент турнира организатор заметил, что может составить расписание на следующий день из 14 игр ровно 1 способом, а из 1 игры — N способами (порядок игр в расписании не важен, важно лишь кто с кем играет). Найдите наибольшее возможное значение N.

105

№ 5, вариант 3

1 балл

В шахматном турнире соревнуются друг с другом команда школьников и команда студентов, в каждой из которых по 19 человек. В течение турнира каждый школьник должен сыграть с каждым студентом ровно один раз, причём каждый день каждый человек должен играть не более одного раза.

В некоторый момент турнира организатор заметил, что может составить расписание на следующий день из 19 игр ровно 1 способом, а из 1 игры — N способами (порядок игр в расписании не важен, важно лишь кто с кем играет). Найдите наибольшее возможное значение N.

190

№ 5, вариант 4

1 балл

В шахматном турнире соревнуются друг с другом команда школьников и команда студентов, в каждой из которых по 20 человек. В течение турнира каждый школьник должен сыграть с каждым студентом ровно один раз, причём каждый день каждый человек должен играть не более одного раза.

В некоторый момент турнира организатор заметил, что может составить расписание на следующий день из 20 игр ровно 1 способом, а из 1 игры — N способами (порядок игр в расписании не важен, важно лишь кто с кем играет). Найдите наибольшее возможное значение N.

210

№ 6, вариант 1

1 балл

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle C = 57^\circ$, $\sin\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$ и $\cos\angle A + \cos\angle B = 2 - \sqrt{2}$. Сколько градусов составляет угол D?

168

№ 6, вариант 2

1 балл

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle C = 56^\circ$, $\sin\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$ и $\cos\angle A + \cos\angle B = 2 - \sqrt{2}$. Сколько градусов составляет угол D?

169

№ 6, вариант 3

1 балл

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle C = 54^\circ$, $\sin\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$ и $\cos\angle A + \cos\angle B = 2 - \sqrt{2}$. Сколько градусов составляет угол D?

171

№ 6, вариант 4

1 балл

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle C = 53^\circ$, $\sin\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$ и $\cos\angle A + \cos\angle B = 2 - \sqrt{2}$. Сколько градусов составляет угол D?

172

№ 7, вариант 1

1 балл

Натуральные числа a и b таковы, что a^a делится на b^b, однако a не делится на b. Найдите наименьшее возможное значение числа $a + b$, если известно, что число b взаимно просто с 210.

374

№ 7, вариант 2

1 балл

Натуральные числа a и b таковы, что a^a делится на b^b, однако a не делится на b. Найдите наименьшее возможное значение числа $a + b$, если известно, что число b взаимно просто с 30.

154

№ 7, вариант 3

1 балл

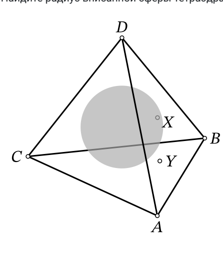
Натуральные числа a и b таковы, что a^a делится на b^b, однако a не делится на b. Найдите наименьшее возможное значение числа $a + b$, если известно, что число b взаимно просто с 2310.

520

№ 8, вариант 1

1 балл

Внутри тетраэдра $ABCD$ даны точки X и Y. Расстояния от точки X до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $14, 11, 29, 8$ соответственно. А расстояния от точки Y до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $15, 13, 25, 11$ соответственно. Найдите радиус вписанной сферы тетраэдра $ABCD$.

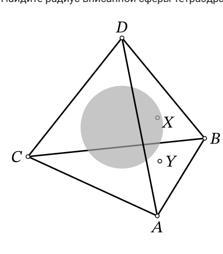


17

№ 8, вариант 2

1 балл

Внутри тетраэдра $ABCD$ даны точки X и Y. Расстояния от точки X до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $16, 13, 31, 10$ соответственно. А расстояния от точки Y до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $17, 15, 27, 13$ соответственно. Найдите радиус вписанной сферы тетраэдра $ABCD$.

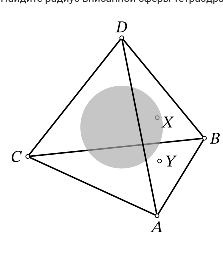


19

№ 8, вариант 3

1 балл

Внутри тетраэдра $ABCD$ даны точки X и Y. Расстояния от точки X до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $20, 17, 35, 14$ соответственно. А расстояния от точки Y до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $21, 19, 31, 17$ соответственно. Найдите радиус вписанной сферы тетраэдра $ABCD$.

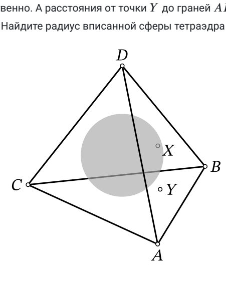


23

№ 8, вариант 4

1 балл

Внутри тетраэдра $ABCD$ даны точки X и Y. Расстояния от точки X до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $22, 19, 37, 16$ соответственно. А расстояния от точки Y до граней ABC, ABD, ACD, BCD равны $23, 21, 33, 19$ соответственно. Найдите радиус вписанной сферы тетраэдра $ABCD$.



25